בוחן באלגברה 1מ' - 104016 – סמסטר אביב תשס"א

שם משפחה: _____ שם פרטי: _____

מס. סטודנט: _____ פקולטה: _____

<u>משך הבוחן</u> : שעתיים.

- אין להשתמש בכל חומר עזר.
- יש לרשום את התשובות במשבצות המיועדות לכך בלבד. תשובה שתרשם במקום אחר לא תחשב !
- יש לנמק כל תשובה. תשובה לא מנומקת לא תחשב.
- יש לרשום את כל החישובים בתוך קובץ הדפים.

ב ה צ ל ח ה !

	ציון
שאלה מס. 1	
שאלה מס. 2	
שאלה מס. 3	
שאלה מס. 4	
סה"כ	

<u>שאלה מס. 1</u> : (20 נקודות)

יהיו $a_1,\cdots,a_n$ מספרים ממשיים ונניח ש- $z=\cos\theta+i\sin\theta$ פותר את המשוואה

$$z^n+a_1z^{n-1}+\cdots+a_n=0$$

א. (8 נקודות) הוכח: $\cos(n\theta)+a_1\cos((n-1)\theta)+\cdots+a_j\cos((n-j)\theta)+\cdots+a_n=0$

ב. (12 נקודות) הוכח: $a_1\sin\theta+a_2\sin(2\theta)+\cdots+a_j\sin(j\theta)+\cdots+a_n\sin(n\theta)=0$

<u>שאלה מס. 2</u> : (30 נקודות)

נתונה מערכת המשוואות הבאה בנעלמים x, y, z, w מעל **R** עם פרמטרים a ו b

$$\begin{cases} x + 2y + z + w = 3 \\ \qquad bz + 2aw = a + 1 \\ x + by + 2z + aw = 2 \\ \qquad\quad z + aw = a \end{cases}$$

א. (8 נקודות) לאילו ערכים של a ו b יש למערכת פתרון יחיד ?
ב. (8 נקודות) לאילו ערכים של a ו b אין למערכת פתרון ?
ג. (8 נקודות) לאילו ערכים של a ו b יש למערכת אינסוף פתרונות ?
ד. (6 נקודות) מצא פתרון כללי למקרים בהם יש למערכת אין סוף פתרונות.

א.	
ב.	
ג.	

ד.

<u>שאלה מס. 3</u> : (30 נקודות)

יהי W תת המרחב של המטריצות 2×2 מעל הממשיים הנפרש ע"י המטריצות

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

א. (8 נקודות) מצא בסיס ל- W.

ב. (8 נקודות) לאלו ערכים של a נמצאת המטריצה $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ ב- W ?

ג. (14 נקודות) יהי S המרחב של המטריצות הסימטריות 2×2 מעל הממשיים.
חשב את $\dim(S+W)$ ו $\dim(S\cap W)$.

א.	בסיס ל W	

ב.	$a=$

ג.	$\dim(S\cap W)=$	$\dim(S+W)=$

<u>שאלה מס. 4</u> : (20 נקודות)

הוכח הוכחה מלאה או הפרך ע"י דוגמא

א. (7 נקודות) אם U ו W הם תת מרחבים של R^4 כך ש- $\dim W = 3$ ו $\dim U = 3$, אז $U + W = R^4$.

ב. (6 נקודות) יהי W תת מרחב ממימד 3 ב- R^5. אם $u, v \in R^5$ כך ש-

$$\dim(W + Sp\{u+v\}) < \dim(W + Sp\{v\})$$

אז $u \notin W$ ו $v \notin W$. (כאן, כרגיל, $Sp\{u+v\}$ ו $Sp\{v\}$ הם תתי המרחב של R^5 הנפרשים ע"י $u+v$ ו- v בהתאמה.)

ג. (7 נקודות) תהי A מטריצה 3×3 עם מקדמים ממשיים. אם כל שתי שורות וכל שתי עמודות במטריצה A הן בלתי תלויות ליניארית, אז $r(A) = 3$.